

APÊNDICE A – MATERIAL DIDÁTICO

SUMÁRIO

1.MATERIA DIDÁTICO SOBRE QUEDA LIVRE	2
1.1 Considerações iniciais	2
1.2 O movimento de queda e a massa dos corpos	4
PRIMEIRA ETAPA INVESTIGATIVA	4
SEGUNDA ETAPA INVESTIGATIVA	5
TERCEIRA ETAPA INVESTIGATIVA	6
QUARTA ETAPA INVESTIGATIVA	8
QUINTA ETAPA INVESTIGATIVA	11
1.3 O MOVIMENTO DE QUEDA E A VELOCIDADE DOS CORPOS	13
SEXTA ETAPA INVESTIGATIVA	13
SÉTIMA ETAPA INVESTIGATIVA	14
OITAVA ETAPA INVESTIGATIVA	16
NONA ETAPA INVESTIGATIVA	20
DÉCIMA ETAPA INVESTIGATIVA	23
1.4 SISTEMATIZAÇÃO DOS CONCEITOS	25
DÉCIMA PRIMEIRA ETAPA INVESTIGATIVA	25

MATERIAL DIDÁTICO SOBRE QUEDA LIVRE¹

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Estudos sobre o movimento de queda e o movimento em geral estiveram em evidência entre pensadores desde à Grécia Antiga até os séculos XVI e XVII, quando foram desenvolvidas diversas teorias semelhantes as que encontramos nos livros didáticos do ensino médio, principalmente sob o nome de Cinemática. Galileu, personagem histórico dos mais importantes, é conhecido como o pai da Física, como concebemos hoje, o pai do método científico² e um dos principais defensores do sistema helioestático. Há quem conteste essas afirmações, alegando que a ciência não possui um método específico e que Galileu teria forjado uma metodologia dentre tantas outras possíveis.



Vamos refletir

- i) Gostaríamos que você fizesse algumas considerações sobre sua concepção de ciência. Como identificar um conhecimento científico? Como distinguir 'ciência' de 'não ciência'?

- ii) Fale algo sobre o método científico. Quais seriam suas características principais?

¹ O material didático apresentado é inspirado na pesquisa realizada por Augé (2004) e Araújo (2008).

² Não queremos entrar aqui no debate sobre o que é o método científico. Vamos adotar a posição de que Galileu foi um dos primeiros elaboradores de uma metodologia de pesquisa que unia a dedução lógica, a matematização e a experimentação sistemática. Consideraremos tal abordagem como uma possibilidade razoável do que se denomina 'método científico'. Estamos cientes das controvérsias em torno do tema.

iii) O que seria um conhecimento não científico? O conhecimento popular é científico?

iv) E seus conhecimentos sobre a queda dos corpos? Faça uma redação de tudo que você sabe o tema, mesmo que seja conhecimento da sua própria vivência.



1.2 O MOVIMENTO DE QUEDA E A MASSA DOS CORPOS

PRIMEIRA ETAPA INVESTIGATIVA

Vamos refletir

- i) Duas esferas metálicas de massas diferentes, por exemplo, 2Kg e 100Kg, são abandonadas de um prédio de 10 andares. Elas chegam juntas ao solo ou em tempos distintos? Comente suas afirmações.



- ii) Duas pequenas esferas de dimensões semelhantes, de metal e de vidro, são abandonadas na superfície da água contida em um recipiente (balde). Qual atinge primeiro o fundo do balde? Comente.

- iii) Uma folha de papel (sem dobras) e um caderno são abandonados de uma altura de 1,5 metros. Qual atinge primeiro o solo? Comente.

- iv) Por que uma pena 'flutua' no ar? 'Flutuaria' no vácuo?

- v) O que é vácuo? É possível o vácuo?

SEGUNDA ETAPA INVESTIGATIVA

Atividade Experimental

Material:

- esfera metálica;
- uma esfera de vidro;
- recipiente (balde) com água.



Procedimento: posicione as duas esferas sobre a superfície da água, abandonando-as ao mesmo tempo.

Vamos refletir

i) O que você observou?

ii) Na primeira atividade houve alguns questionamentos. Você deseja retificar alguma resposta?

iii) O que podemos concluir sobre a duração da queda de corpos com relação à massa?

Texto

Aristóteles (séc. IV a.C.) foi um dos maiores pensadores de todos os tempos. Ele defendia a ideia que os corpos de maior massa caem mais rapidamente quando abandonados em queda:

“uma massa dada cai uma certa distância em um tempo dado; uma massa que seja maior tarda em cair desde a mesma altura menos tempo, estando os tempos em proporção inversa das massas. Assim, se uma massa dada é o dobro de outra, levará a metade do tempo ao cair” (De caelo).

Segundo ele, a Terra se encontrava em repouso no centro do Universo, ou seja, defendia o sistema geostático e geocêntrico. Os movimentos dos corpos eram classificados em naturais e violentos, nas proximidades da Terra, região que compreendia o espaço entre a órbita da Lua e a superfície da Terra, chamada de região sublunar. O movimento natural era o de trajetória vertical, de cima para baixo ou vice-versa, e o violento, o de trajetória horizontal ou curvilínea.

Para Aristóteles toda a matéria era composta de quatro elementos fundamentais: terra, água, ar e fogo, base teórica para sua classificação sobre o movimento dos corpos. O movimento natural, de trajetória vertical, se daria para cima quando o corpo em movimento possuísse predominantemente ar ou fogo (exemplo dos gases e do próprio fogo); e para baixo, em direção ao centro da Terra, quando possuísse predominantemente terra e água (a exemplo de uma pedra e da chuva).

As trajetórias horizontais ou curvilíneas, resultantes de um movimento violento, só seriam possíveis quando houvesse a presença de um agente que exercesse uma força sobre o corpo. Podemos citar como exemplo o movimento de uma carruagem ou o lançamento de um corpo massivo no ar.

Além dos limites da órbita lunar, ou seja, no âmbito celeste, o movimento natural agora seria o circular com velocidade escalar constante.

TERCEIRA ETAPA INVESTIGATIVA

Atividade Experimental

Material:

- uma folha de papel, sem dobras;
- um caderno do tamanho da folha ou maior.



Procedimento: coloque a folha sobre o caderno, posicionando-os paralelamente ao plano horizontal. Abandone-os, em queda, de uma altura de aproximadamente 1,5 m.

Vamos refletir

i) O que você observou? Comente.

ii) Por que o caderno não caiu primeiro? Não vale dizer “não sei”.

iii) Como explicar o que ocorreu no experimento diante da visão de Aristóteles?

Texto

João Filópono (séc. IV d.C.), estudioso bizantino, defende que uma tese baseada na experiência tem mais credibilidade do que uma tese meramente teórica. Ele possuía uma posição contrária a Aristóteles com relação à queda dos corpos quanto à massa, como podemos ver no texto:

“Se deixar cair, da mesma altura, dois pesos, um dos quais muitas vezes mais pesado do que o outro, não observará que a razão dos tempos requeridos para o movimento depende da razão dos pesos, mas sim que a diferença dos tempos é muito pequena. E assim, se a diferença dos pesos não é considerável, isto é, se um é, digamos, duplo do outro, não haverá diferença, ou melhor, haverá uma diferença imperceptível nos tempos, ainda que a diferença de pesos não seja desprezível, pois um corpo pesa o dobro do outro” (in: COHEN, 1988, p. 23).

QUARTA ETAPA INVESTIGATIVA

Atividade Experimental

Material:

- esfera metálica;
- esfera de vidro de dimensões semelhantes à esfera metálica;

Procedimento: abandone as duas esferas da mesma altura e ao mesmo tempo.

Vamos refletir

- i) Você se recorda da atividade experimental em que abandonamos as esferas sobre a água? E agora? Pode comparar com o experimento realizado acima?

- ii) João Filópono tinha razão? E Aristóteles?

Texto

Vejam os o que disse Simon Stevin (séc. XVI d. C.), engenheiro, físico e matemático flamengo, sobre tal assunto:

“A experiência contra Aristóteles é a seguinte: tomemos duas esferas de chumbo, uma das quais dez vezes maior e mais pesada do que a outra: deixemo-las cair simultaneamente de uma altura de trinta pés sobre uma mesa ou qualquer superfície na qual produzam um som perceptível. Resultará que a esfera mais leve não demorará no seu percurso dez vezes mais do que a mais pesada: ambas cairão juntas sobre a mesa, tão simultaneamente que os dois sons confundir-se-ão como se resultantes de uma mesma colisão” (in: COHEN, 1988, p. 24).

Com a palavra Galileu (1564-1642):

“Mas eu...que realizei a experiência, posso assegurar que uma bala de canhão de 100 ou 200 libras de peso, ou mesmo mais, não atingirá o solo muito antes da bala de um mosquete, com o peso de meia onça, desde que ambas sejam deixadas cair de uma altura de 200 braças...a maior adianta-se à pequena

em cerca de duas polegadas, ou seja, quando a maior atinge o solo, a outra encontra-se a duas polegadas de altura” (in: COHEN, 1988, p. 25).

Repare como ele parece tomar um pouco mais de cuidado ao se referir à diferença de tempo na queda de massas distintas. Vamos tentar observar tal diferença realizando uma atividade experimental interessante?

Atividade Experimental

Material:

- dois objetos de massas distintas (podem ser usadas as esferas da atividade experimental anterior);
- chapa metálica ou qualquer superfície que emita som audível ao serem atingidas pelas esferas;
- cronômetro.

Procedimento: tente encontrar um lugar bem alto, como um prédio, e abandone os dois objetos ao mesmo tempo. Tente encontrar alguma diferença de tempo na queda dos dois objetos.

Vamos refletir

- i) Descreva suas observações.

- ii) Conseguiu encontrar alguma diferença entre os tempos de queda dos dois objetos?

- iii) Tente explicar a diferença entre os tempos.

Texto

Bem, após realizarmos os experimentos, refletirmos sobre diversas questões e lido os testemunhos de alguns personagens da História, podemos chegar a algumas conclusões. Dois corpos, quando abandonados em queda, sendo suas dimensões bastante semelhantes, caem aproximadamente no mesmo intervalo de tempo, sendo que o de maior massa cai um pouco na frente, devido à resistência do ar. O ar exerce efeitos semelhantes nos dois corpos, mas proporcionalmente maior no de menor massa. A força de resistência do ar é aproximadamente igual nos dois corpos, pois suas dimensões são semelhantes, mas como o peso do corpo de maior massa é maior do que o de menor, a força resultante no corpo de maior massa é ligeiramente maior do que no de menor massa.

As diversas atividades nos sugerem que na ausência de ar, todos os corpos cairiam no mesmo intervalo de tempo se abandonados da mesma altura, como aconteceu na experiência do caderno e folha, realizada na terceira etapa investigativa. No vácuo, portanto, o movimento de queda dos corpos na vertical ocorre sem nenhuma interferência de resistência e é chamado de **queda livre**.

Já na água, o resultado causou um certo estranhamento, pois o corpo de maior massa caiu bem na frente. Isso ocorreu devido à resistência da água, aproximadamente igual nos dois corpos, mas proporcionalmente maior no de menor massa.

Vamos refletir

- i) Você concorda com as afirmações feitas acima?

- ii) Gostaria de acrescentar alguma questão que não tenha ficado esclarecida?

QUINTA ETAPA INVESTIGATIVA

Algumas questões

1) O movimento de queda livre se dá no vácuo. O movimento de uma bola de aço em queda pode ser considerado queda livre, mesmo sem estar no vácuo? Justifique.

2) Dois objetos A e B de massas 1Kg e 2Kg, são simultaneamente lançados verticalmente para cima, com a mesma velocidade inicial, a partir do solo. Desprezando a resistência do ar, qual corpo atingirá o solo primeiro?

3) (UERJ) Foi veiculada na televisão uma propaganda de uma marca de biscoitos com a seguinte cena: um jovem casal está num mirante sobre um rio e alguém deixa cair lá de cima um biscoito. Passados alguns segundos, o rapaz se atira do mesmo lugar de onde caiu o biscoito e consegue agarrá-lo no ar. Em ambos os casos, a queda é livre, as velocidades iniciais são nulas, a altura da queda é a mesma e a resistência do ar é nula. Para Galileu Galilei, a situação física desse comercial seria interpretada como:

- a) impossível, porque a altura da queda não era grande o suficiente.
- b) possível, porque o corpo mais pesado cai com maior velocidade.
- c) possível, porque o tempo de queda de cada corpo depende de sua forma.
- d) impossível, porque a aceleração da gravidade não depende da massa dos corpos.

4) (PUCC) Duas bolas A e B, sendo a massa de A igual ao dobro da massa de B, são lançadas verticalmente para cima, a partir de um mesmo plano horizontal com velocidades iniciais. Desprezando-se a resistência que o ar pode oferecer, podemos afirmar que:

- a) o tempo gasto na subida pela bola A é maior que o gasto pela bola B também na subida;
- b) a bola A atinge altura menor que a B;
- c) a bola B volta ao ponto de partida num tempo menor que a bola A;

- d) as duas bolas atingem a mesma altura;
- e) os tempos que as bolas gastam durante as subidas são maiores que os gastos nas descidas.

5) Um objeto é lançado verticalmente para cima a partir do solo e, ao atingir a sua altura máxima, inicia o movimento de queda livre. Sobre o movimento executado pelo objeto, é incorreto afirmar que:

- a) a aceleração durante a subida é negativa;
- b) o tempo na subida é maior do que na queda;
- c) no momento em que o corpo atinge a altura máxima, sua velocidade é igual a zero;
- d) o objeto demora o mesmo tempo na subida e na descida;
- e) a aceleração do corpo durante a queda é positiva.

Momento de relaxar (ou não)

- Vamos agora ler um artigo e/ou assistir a um vídeo sobre o processo de Galileu?
- Não, professor, estamos cansados!
- Mas vale ponto!
- Ah! Tudo bem ... sendo assim, vamos nessa!

Vídeo disponível em: <http://www.veritatis.com.br/videos-apologeticos/a-verdade-sobre-o-processo-de-galileu-galilei/>

Texto disponível em: <http://www.veritatis.com.br/apologetica/ciencia-e-fe/o-caso-galileu-350-anos-depois/>

Vamos refletir

Formando pequenos grupos, debata com seus colegas os pontos do texto que mais lhe chamaram a atenção. Escreva alguns tópicos e apresente para a turma para compartilhar seu ponto de vista.

1.3 O MOVIMENTO DE QUEDA E A VELOCIDADE DOS CORPOS

SEXTA ETAPA INVESTIGATIVA

Texto

A busca de uma relação matemática que descrevesse a queda dos corpos era uma preocupação dos cientistas da época de Galileu. Ele defendia, conforme as idéias de Pitágoras, que Deus havia criado o mundo físico usando a mesma linguagem que a matemática usa. Pitágoras entendia que a matemática era um caminho para se chegar à essência de Deus e os pitagóricos a usavam como algo quase sagrado. Daí que vem a ideia de usar a matemática como algo puro, sem necessariamente ser aplicada ao mundo real. Mas Galileu a aplicou e de forma muito bem sucedida.



Vamos refletir

- i) Comente um pouco essa ideia de Pitágoras que tanto fascinava Galileu. Não economize palavras.

- ii) Como seria uma relação matemática para a queda dos corpos? Capriche no chute. Coloque as variáveis que julgar necessárias.

-
-
-
- iii) Como ficaria a fórmula se a velocidade fosse a personagem principal? Pode comentar.

-
-
-
- iv) E se o espaço fosse o personagem principal? Comente.

-
-
-
- v) Proponha um experimento em que seja possível analisar as relações matemáticas sobre queda dos corpos, para a velocidade e para o espaço.
-
-
-

SÉTIMA ETAPA INVESTIGATIVA

Texto

Bem, a esta altura da História (ou de nossa estória), Galileu tinha observado o céu usando o telescópio, por volta de 1609, e constatou que as coisas não eram ou poderiam não ser exatamente como Aristóteles defendia: a imutabilidade e perfeição do mundo supra-lunar, a esfericidade dos astros e a órbita dos planetas em torno da Terra, entre outras coisas.

Já em 1604, Galileu observou o surgimento de uma estrela (supernova) na constelação de Serpente; em 1610 publicou o livro *Siderius Nuncius* (O Mensageiro Sideral ou O Mensageiro das Estrelas), onde narra suas observações. A Física e a Cosmologia (ciência que trata da estrutura do Universo) aristotélicas foram afetadas em função das teses de Galileu, pois

se apoiavam, dentre outras coisas, na imutabilidade do mundo supra-lunar e na distinção entre este e o mundo sublunar, onde as coisas se procedem de forma mutável.

Ora, se Aristóteles estava incorreto quanto à queda dos corpos e quanto ao mundo supra-lunar, poderia toda a teoria estar comprometida.

Portanto, era necessário estabelecer novas bases para explicar a queda dos corpos. Galileu se dedicou a esta questão e construiu o que hoje conhecemos como cinemática escalar e suas famosas fórmulas matemáticas que tanto assombram os alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

Em sua época, algumas atividades estavam em evidência na sociedade: meios de comunicação, indústria e problemas militares. Vários dos temas técnicos propostos socialmente determinaram as pesquisas em Física. No séc. XV ocorreu um desenvolvimento considerável da artilharia. Na Itália, particularmente em Florença, houve um grande desenvolvimento neste setor. Galileu contribuiu no progresso da balística, desenvolvendo a teoria da trajetória parabólica de projéteis; na obra “Demonstrações Matemáticas” deu atenção especial ao estudo da resistência dos materiais e também da trajetória de corpos em movimento através do vácuo, solucionando o problema da queda livre. Nesta obra há uma mensagem aos florentinos, elogiando seu arsenal e observando que o mesmo oferece um rico material para o estudo científico. Seus estudos também estão relacionados a questões como planos inclinados, se corpos abandonados do mastro de um barco em movimento caem na base ou atrás do mesmo, a influência das massas no tempo de queda, mecânica celeste, teoria das marés, entre outras coisas.

Nos dedicaremos agora ao estudo da velocidade na queda dos corpos.

Vamos refletir

- i) Você acha que um corpo em queda mantém sua velocidade constante?

Comente.

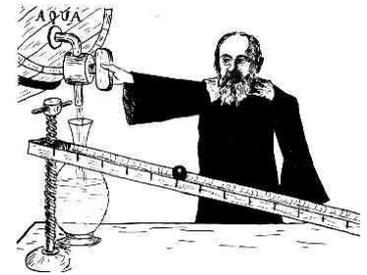
- ii) No caso da velocidade variar, como se daria esta variação? Como ficaria a relação matemática para explicar tal variação?

OITAVA ETAPA INVESTIGATIVA

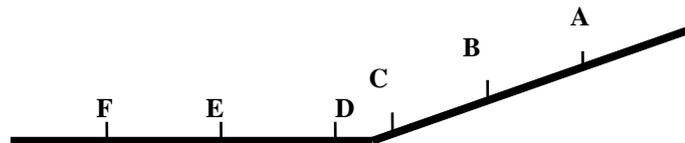
Atividade experimental

Material:

- cano de água de P.V.C., com 1/2", serrado no sentido longitudinal formando duas calhas de aproximadamente 1,2 m;
- fita adesiva;
- esfera metálica de diâmetro $\cong 1$ cm;
- cronômetro graduado em centésimos de segundo;
- régua milimetrada.



Procedimento: conecte uma calha na outra como mostra a figura. Abandone, a partir do repouso, a esfera metálica dos pontos A, B e C, medindo a velocidade escalar média na parte horizontal entre os pontos D e E, e entre E e F. Sugestão: o espaçamento entre os pontos pode ser de 40 cm e a inclinação da calha de 10° a 20° .



Meça também a velocidade escalar média na parte inclinada, entre os pontos A e B e entre B e C, abandonando a esfera de um ponto 20 cm acima do ponto A.

Para **Galileu**, a experiência em plano inclinado poderia ser relacionada à **queda livre**, pois esta seria o caso particular em que a inclinação do plano fosse máxima.

É possível conseguir um plano inclinado bem regular com lâmpadas fluorescentes justapostas. A vantagem é que não há irregularidades.

Vamos refletir

- i) No trecho horizontal a velocidade escalar foi constante para cada ponto de lançamento?

- ii) E na parte inclinada, o que ocorreu com a velocidade?

- iii) A velocidade foi constante na parte inclinada?

- iv) Na parte inclinada o movimento é acelerado? Caso seja, a aceleração é constante? Como verificar?

Texto

O estudo do movimento acelerado era uma das preocupações de Galileu e ele acreditava que o movimento de queda era acelerado. Dedicou-se, então, a investigar esta proposição e a maneira como variava a velocidade no movimento de queda.

Na atividade acima, na parte horizontal, o movimento é classificado como **Movimento Uniforme**, pois a velocidade é constante, desprezando-se as perdas por atrito.

Bem, para estudar o movimento de queda Galileu partiu de um raciocínio aristotélico, de que a natureza sempre age de forma simples, e então postulou (postulado é uma afirmação que precisa ser demonstrada), que a velocidade aumentava na queda de forma constante, como mostra o texto:

“Se observarmos isto com atenção não podemos descobrir adição ou incremento mais simples do que aquele que é acrescentado da mesma maneira” (in: COHEN, 1988, p.116).

Galileu defendia que a velocidade aumentava proporcionalmente ao tempo:

$v \propto t$, onde: v - velocidade;
 t - tempo;
 \propto - símbolo de proporcionalidade.

Ou seja, acreditava que a aceleração no movimento de queda livre não variava, pois a constante de proporcionalidade da relação acima é a aceleração:

$$v = a.t$$

Se o movimento possui uma velocidade inicial, temos:

$$v = v_0 + a.t \rightarrow \text{função horária da velocidade,}$$

Obs: Equação do 1º grau: $y = b + a.x$

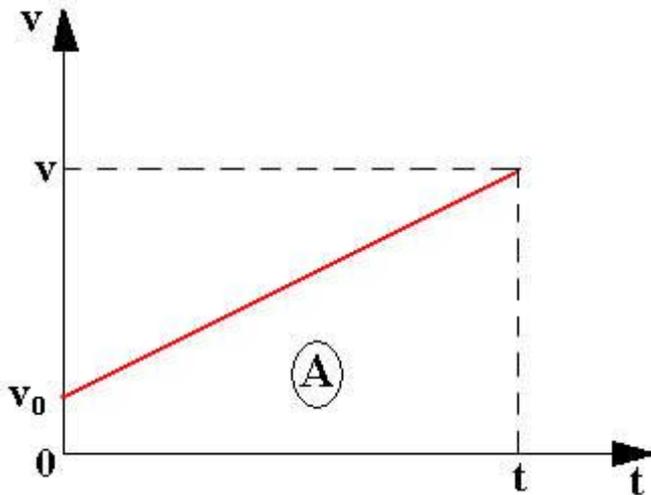
onde: v_0 - velocidade inicial;
 a - aceleração constante.

Expressão que se aplica ao Movimento Uniformemente Variado (velocidade varia de forma constante no tempo, ou seja, a aceleração é constante). Agora, deve ser analisada para comprovar sua aplicabilidade ao movimento de queda livre. O que fez Galileu, como segue.

Suponha que um móvel esteja em movimento vertical de queda e adquira velocidade v_1 no instante t_1 . Ora, a velocidade média nos movimentos com aceleração constante (M.U.V.) é igual a média aritmética entre as velocidades inicial v_0 e final v_1 :

$$V_m = 1/2.(v_0 + v)$$

Nicole Oresme (Paris- Séc. XIV) foi o primeiro a demonstrar a expressão através da geometria:



A variação de espaço Δs do móvel no intervalo de tempo considerado é numericamente igual à área sob o gráfico da velocidade (trapézio de bases v e v_0):

$$\text{Área do trapézio: } \{(B+b) \cdot h\}/2$$

$$\text{Área} = \Delta s = \{(v + v_0) \cdot (t - t_0)\}/2, \Delta t = t - t_0$$

$$\Rightarrow \Delta s = 1/2 \cdot (v + v_0) \cdot \Delta t$$

$$\text{Mas, } \Delta s = V_m \cdot \Delta t, \text{ então: } V_m = 1/2 \cdot (v_0 + v)$$

Galileu conhecia tal relação e a utilizou para deduzir uma expressão que relaciona o espaço com o tempo.

Assim, a distância Δs percorrida no intervalo de tempo Δt é:

$$\Delta s = 1/2 \cdot (v + v_0) \cdot \Delta t, \text{ para } t_0 = 0, \Delta t = t - t_0 = t$$

$$\Rightarrow \Delta s = 1/2 \cdot (v + v_0) \cdot t_1, \text{ generalizando: } \Delta s = 1/2 \cdot (v + v_0) \cdot t$$

$$\text{Como } \Delta s = s - s_0, \text{ e } v = v_0 + a \cdot t$$

$$\Rightarrow s - s_0 = 1/2 \cdot (v_0 + a \cdot t + v_0) \cdot t$$

$$\Rightarrow s - s_0 = 1/2 \cdot (2 \cdot v_0 + a \cdot t) \cdot t$$

$$\Rightarrow s - s_0 = 2 \cdot v_0 \cdot t/2 + a \cdot t \cdot t/2$$

$$\Rightarrow \boxed{s = s_0 + v_0 \cdot t + a \cdot t^2/2} \rightarrow \text{função horária dos espaços do M.U.V.}$$

$$\text{Para } s_0 = 0 \text{ e } v_0 = 0 \Rightarrow \boxed{s = a \cdot t^2/2}$$

Assim, a conclusão de Galileu, partindo da hipótese de que no movimento de queda livre a velocidade é proporcional ao tempo ($v = v_0 + a \cdot t$) e a aceleração é constante, foi de que o espaço percorrido, por uma dedução matemática, é proporcional ao quadrado do tempo ($s = a \cdot t^2/2$).

Em seguida, ele verificou, então, a conclusão de suas hipóteses através de uma experiência simples que descreveremos (adaptada) a seguir.

Você pode estar se perguntando por que Galileu não testou $v = v_0 + a.t$. Pela dificuldade experimental na determinação da velocidade v em cada instante.

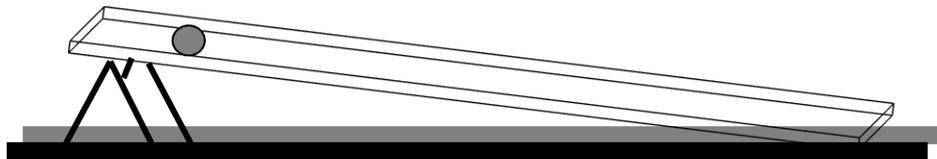
NONA ETAPA INVESTIGATIVA

Atividade Experimental

Material:

- cano de água de P.V.C., com 1/2", serrado no sentido longitudinal formando duas calhas de aproximadamente 1,2 m;
- esfera metálica de diâmetro \cong 1 cm;
- cronômetro graduado em centésimos de segundo;
- régua graduada em milímetro.

Procedimento: posicione a calha como mostra a figura. Abandone, a partir do repouso, a esfera metálica do ponto A, permitindo seu movimento por 12cm e medindo o tempo gasto para percorrer este espaço, repetindo o procedimento para 48cm e 108cm. Monte um quadro relacionando esses intervalos de tempo e os espaços referentes a cada um.



Medição	t(s) previsão	s(cm) previsão	t(s) medido	s (cm)
1	t_1	s_1		12
2	$2.t_1$	$4.s_1$		$48=(4.12)$
3	$3.t_1$	$9.s_1$		$108=(9.12)$

É bom lembrar que, para Galileu, a experiência em plano inclinado poderia ser relacionada à **queda livre**, pois esta seria o caso particular em que a inclinação do plano fosse máxima.

Vamos Refletir

- i) A relação $s = \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}^2 / 2$ tem suporte experimental?

- ii) Então, podemos afirmar que a velocidade, no movimento de queda livre, é proporcional ao tempo: $\mathbf{v} \propto \mathbf{t}$ (proposição que deu origem à relação citada acima)?

- iii) Então, você acha que Galileu deduziu uma relação respeitável? Por quê?

Texto

Resumindo, para investigar o movimento de queda, Galileu partiu da hipótese de que a velocidade de um corpo em queda aumentava proporcionalmente ao tempo, sendo a relação entre estas duas grandezas expressa por: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}$. Esta expressão exige que a aceleração \mathbf{a} é constante e permite chegar à expressão: $s = \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}^2 / 2$, usando-se relações características do movimento de aceleração constante: $\mathbf{V}_m = 1/2 \cdot (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v})$ e $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{a} \cdot \Delta \mathbf{t}$.

Ou seja, se $\Delta s = \mathbf{V}_m \cdot \Delta \mathbf{t}$ e $\mathbf{V}_m = 1/2 \cdot (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}) \Rightarrow \Delta s = 1/2 \cdot (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}) \cdot \Delta \mathbf{t}$ e $s = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} / 2$, para $\mathbf{v}_0 = \mathbf{s}_0 = \mathbf{t}_0 = 0$

Continuando, $s = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} / 2$, mas $\mathbf{v} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{t} \Rightarrow s = \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}^2 / 2$

A expressão $s = \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}^2 / 2$ foi submetida a experimentos e verificada sua validade experimental, confirmando a hipótese anterior de Galileu, de que $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}$ é uma expressão válida para o caso em questão.

A conclusão é de que no caso da experiência realizada o movimento possui aceleração constante e é regido pelas expressões trabalhadas. É classificado como **Movimento Uniformemente Variado**.

Vamos refletir

- i) E no caso dos corpos em queda, como fica a questão da aceleração? Afinal, esta foi a motivação inicial de Galileu. Mas os experimentos foram realizados em um plano inclinado.

Texto

Galileu raciocinou da seguinte forma: se a aceleração foi verificada como constante no plano inclinado estudado, seria também constante para qualquer plano com qualquer inclinação, inclusive no limite em que a inclinação fosse máxima, ou seja, quando estivesse na vertical. Ora, um plano com inclinação máxima, ou seja, 90° de inclinação, corresponderia ao movimento de queda na vertical. Portanto, concluiu que o movimento de queda dos corpos possui aceleração constante, ou seja, é um exemplo de Movimento Uniformemente Variado.

Esta afirmação é válida de forma aproximada, pois na realidade existem dois fatores que influenciam na aceleração: a resistência do ar e a dependência da aceleração gravitacional com a altura, assunto para outra ocasião.

Ele tentou medir o valor da aceleração no movimento de queda utilizando o plano inclinado. Relacionava o comprimento do plano e sua inclinação com a distância referente à queda livre. Importante o fato de que no plano inclinado o movimento de rotação da esfera não pode ser desprezado em questões quantitativas como, por exemplo, na medida do valor da aceleração da gravidade, o que o levou a valores não aceitáveis, devido a um erro teórico.

Portanto, Galileu não só deu os passos definitivos na sistematização da Lei de Queda dos Corpos, como também inaugurou um método que combinava a dedução lógica, a análise matemática e a experiência: o método hipotético dedutivo. Esta questão do método vem sendo questionada pela Filosofia da Ciência, que coloca em dúvida a existência de um “Método Científico”, mas não aprofundaremos tal questão agora. O que não impede você de pesquisar sobre tal questão. Boa sorte!

Em termos atuais pode-se justificar o estudo da Queda Livre pela sua importância inquestionável no âmbito da Física em si, sendo parte do seu desenvolvimento, permitindo a compreensão das Leis que regem o movimento dos corpos; contribui para a formação dos alunos que eventualmente seguirão carreira na área das chamadas ciências exatas; é um fator de promoção social, pois torna o homem consciente da realidade física que o cerca; fomenta discussões de importância histórica como, por exemplo, as relativas ao desenvolvimento científico e a credibilidade da ciência diante de posturas ditas não científicas, entre outros.

DÉCIMA ETAPA INVESTIGATIVA

Atividade Experimental

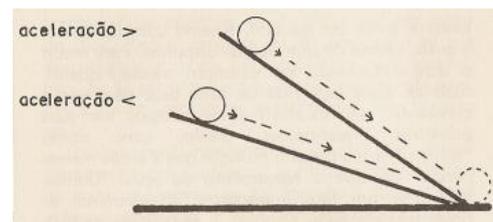
1) **Experiência:** medição da aceleração da gravidade g utilizando a relação deduzida por Galileu: $s = a.t^2/2$.

Material:

- esfera metálica de diâmetro $\cong 1$ cm;
- cronômetro graduado em centésimos de segundo;
- régua métrica.

Procedimento: abandone a esfera metálica de uma altura entre 2m e 3m, medindo com cuidado a altura e o tempo de queda. Para termos um valor mais acurado, repita a medição cinco vezes e calcule a média aritmética. Tendo o valor do tempo de queda e a altura podemos calcular um valor aproximado para a :

$$a = 2.s/t^2$$



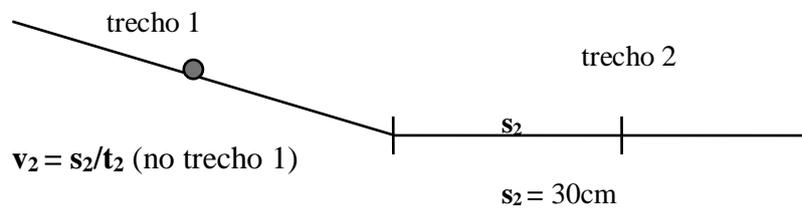
Tomemos como valor de referência $a = 9,8 \text{ m/s}^2$.

2) **Experiência** (opcional): verificar a aceleração constante no plano inclinado e deduzir a relação $s = f(t)$ para o movimento uniformemente variado.

Material:

- tudo P.V.C., 1/2" (tubo de água), serrado no sentido longitudinal formando duas calhas de aproximadamente 1,2 metros, que serão utilizadas como plano inclinado;
- fita adesiva para conectar as calhas;
- esfera metálica de diâmetro $\cong 1$ cm;
- cronômetro graduado em centésimos de segundo;
- régua graduada em milímetro.

Procedimento: abandone a esfera metálica no trecho 1 em posições 20cm, 40cm e 60cm distantes da junção das duas calhas, medindo a velocidade escalar média no trecho s_2 . Preencha o quadro abaixo a partir das relações matemáticas e do desenho apresentados.



$$\mathbf{a} = (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_0) / \mathbf{t}_1 ; \mathbf{v}_0 = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{a} = \mathbf{v}_2 / \mathbf{t}_2 \text{ (no trecho 1)}$$

s_1 (cm)	20	40	60
t_1 (s)			
t_2 (s)			
v_2 (cm/s)			
a (cm/s ²)			
$b = s_1 / t_1^2$ (cm/s ²)			

Verifique que \mathbf{b} é constante e que $\mathbf{a} = 2\mathbf{b}$.

$$\text{Então, } \mathbf{b} = s_1 / t_1^2 = \mathbf{a} / 2$$

$$\text{Isolando } s_1 \text{ temos: } s_1 = \mathbf{a} \cdot t_1^2 / 2$$

Generalizando: $s = \mathbf{a} \cdot t^2 / 2$ que é a relação $s \times t$ do movimento uniformemente variado, bastando acrescentar $s_0 + \mathbf{v}_0 \cdot t$, que simbolizam o espaço inicial e o deslocamento devido à velocidade inicial durante o movimento acelerado.

1.4 SISTEMATIZAÇÃO DOS CONCEITOS

DÉCIMA PRIMEIRA ETAPA INVESTIGATIVA

Texto

O movimento vertical de um corpo nas proximidades da Terra é chamado **queda livre** quando se dá no vácuo ou desprezamos a ação da atmosfera.

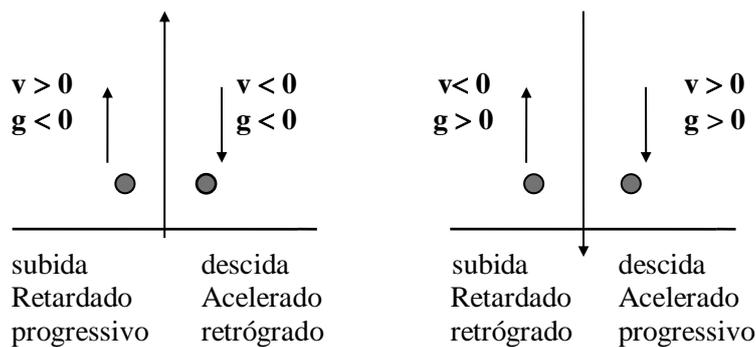
A aceleração de queda, como vimos, é considerada aproximadamente constante nas proximidades do solo terrestre e denominada **aceleração da gravidade**, representada pela letra **g**. A **queda livre**, por possuir aceleração constante é classificada como **Movimento Uniformemente Variado**.

O valor da aceleração da gravidade ao nível do mar, a uma latitude de 45° (valor dito normal) vale:

$$g = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

Quando um corpo está em queda o módulo da velocidade aumenta com o tempo e o movimento é do tipo **acelerado**. Quando um corpo é lançado verticalmente para cima o módulo da velocidade diminui e o movimento é do tipo **retardado**.

Analisemos agora o sinal da velocidade e aceleração usando a álgebra:



$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot \mathbf{a} \cdot \Delta \mathbf{s} \quad - \text{equação de Torricelli}^3$$

Onde: $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ e $\mathbf{s} = \mathbf{h}$.

O sinal de \mathbf{a} e \mathbf{v} depende da orientação da trajetória.

³ A equação de Torricelli poderá ser deduzida no quadro branco.